Комитет по народному образованию
администрации Солнечногорского муниципального района
муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
Тимоновская средняя общеобразовательная школа
с углублённым изучением отдельных предметов

141507 г.Солнечногорск-7 ул.Подмосковная тел/факс: (495)994-36-46

E-mail: timon.school@mail.ru
сайт: timon-school.ru

Открытый урок информатики
«Моделирование. Системы массового обслуживания»
11 класс (углублённый уровень)

Подготовила
Пушкова И.А., учитель информатики
МБОУ Тимоновской СОШ с УИОП,
персональный сайт:
pushkova.timon-school.ru

Солнечногорск
2016 год

Тема урока**:** Моделирование. Системы массового обслуживания

Цель урока: Познакомить учащихся с понятием «системы массового обслуживания». Проверить умение проводить моделирование по основным этапам, научить строить вероятностные модели на примере «Модели обслуживания в банке»

План урока:

1. Введение. Постановка проблемы. Формулирование темы урока.
2. Повторение материала: модель, объект, свойства объекта, адекватность модели, этапы моделирования, вероятностные модели.
3. Разработка вероятностной модели «Модель обслуживания в банке», составление алгоритма исследования модели.
4. Составление компьютерной модели по составленному алгоритму (программы на языке Pascal или модели в электронных таблицах)
5. Проведение вычислительного эксперимента с помощью написанной программы.
6. Анализ результатов, вывод.
7. Итог урока.

Ход урока:

1. Просмотр видеоролика *Приложение 1*.

Вопрос учащимся: «О чём мы будет говорить на уроке? Сформулируйте тему урока»

Презентация «Моделирование» Слайд 1.

Предприятия сферы обслуживания – очень интересные, но очень сложные объекты. На вход таких систем поступает поток **заявок на обслуживание**. Все заявки нужно обработать. При этом большую роль играет **случайность**:

- заявки поступают через случайные промежутки времени;
- время обслуживания – случайная величина.

Такие системы называют **системами массового обслуживания**, для их исследования используют **вероятностные модели**.

Их теоретическое описание, как правило, достаточно сложно, поэтому часто применяют имитационные модели, которые позволяют найти решение задач с помощью многократных компьютерных экспериментов.

2. Повторение материала: модель, объект, свойства объекта, адекватность модели, этапы моделирования, вероятностные модели. *Приложение 2*.

3. Разработка вероятностной модели «Модель обслуживания в банке», составление алгоритма исследования модели.
Слайды 3-5. Рассмотрим простую модель работы банка. Клиенты входят через случайные промежутки времени, их обслуживают несколько кассиров, причем время обслуживания — также случайная величина. Будем считать, что все клиенты становятся в общую очередь, и при освобождении кассы начинается обслуживание того клиента, который стоит в этой очереди первым. Требуется определить, сколько кассиров нужно для того, чтобы клиент затратил на визит в банк не более M минут (с учетом обслуживания). *Учебник стр.107-109*

Практическая работа №12

Моделирование работы банка

Для моделирования обслуживания клиентов в банке предложена следующая модель:

- за 1 минуту в банк входит случайное число клиентов, от 0 до $P_{\max}$ (распределение равномерное);
- на обслуживание клиентов требуется от $T_{\min}$ до $T_{\max}$ минут; время обслуживания T определяется для каждой рабочей минуты случайным образом (распределение равномерное);
- моделирование выполняется для интервала времени L, равного 8-часам (рабочая смена).
- число клиентов, находящихся в помещении банка, вычисляется по формуле

$$N_{i+1} = N_i + P_i - R_i$$

где P_i – количество клиентов, вошедших за i-ую минуту, а R_i – количество клиентов, обслуженных за это время;

- если кассир обслуживает клиента за T минут, то можно считать, что за 1 минуту он сделает часть работы, равную $\frac{1}{T}$; если предположить, что скорость работы кассиров одинакова, то K касс за 1 минуту обслужат $\frac{K}{T}$ клиентов;
- если считать, что N клиентов равномерно распределяются по K кассам, так что средняя длина очереди равна $Q = \frac{N}{K}$, а среднее время ожидания в течение этой минуты равно

$$\Delta t = Q \cdot T = \frac{N}{K} \cdot T$$

- достаточным считается число касс, при которых среднее время ожидания Δt превышает установленный предел M не более, чем 5% рабочего времени в течение дня.

Используя эту вероятностную модель работы банка, напишите программу, с помощью которой определите минимальное необходимое количество касс при следующих исходных данных:

$P_{\max} = 4$, $T_{\min} = 1$, $T_{\max} = 9$, $M = 15$.

4. Составление компьютерной модели по составленному алгоритму (программы на языке Pascal или модели в электронных таблицах) Самостоятельная работа учащихся.
   Практическая работа №12 «Моделирование работы банка»
   Модель работы банка (Паскаль) *Слайд 6*

```
for i:=1 to L do begin
  P:= random(PMax);
  T:= Tmin + random*(Tmax - Tmin);
  R:= round(K / T);
  N:= N + P - R;
  if N < 0 then N:= 0;
  dT:= N / K * T;
  if dT > M then
    count:= count + 1
end;
```

5. Проведение вычислительного эксперимента с помощью написанной программы. Выполнив моделирование в среде PascalABC.NET при различных значениях K, были получены следующие результаты:

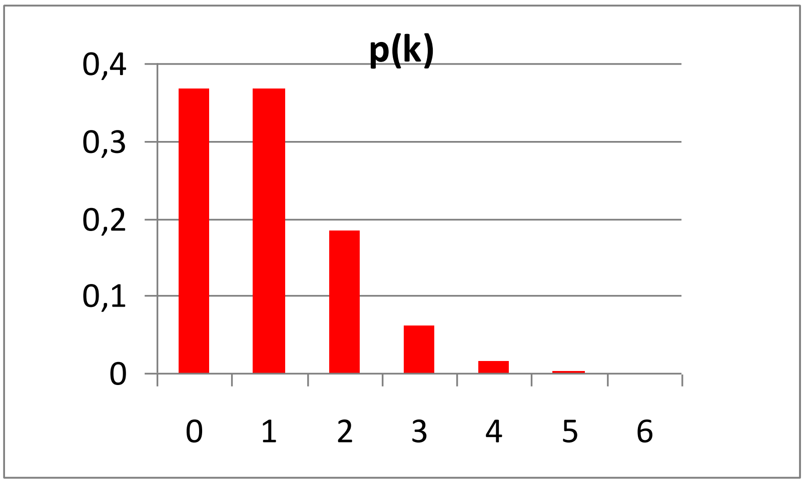
количество касс	**доля "плохих" минут**
5	0,99
6	0,98
7	0,93
8	0,08
9	0,01
10	0
11	0

- из которых следует, что для обеспечения допустимого времени ожидания достаточно 9 касс.

В рассмотренной вероятностной модели мы предполагали, что количество входящих за одну минуту распределено равномерно в диапазоне [0, Pmax]. На самом деле, согласно теории массового обслуживания, количество заявок, поступающих за минуту, описывается распределением Пуассона. Это распределение характеризует дискретную случайную величину, принимающую целые неотрицательные значения. Вероятность того, что эта случайная величина равна заданному числу k, вычисляется по формуле:

$$p(k) = \frac{\lambda^k}{k!} \cdot e^{-\lambda}$$

Здесь λ — среднее значение случайной величины, и k! = 1 2 3 … k обозначает факториал числа k. Гистограмма, иллюстрирующая распределение Пуассона для λ = 1, показана на рисунке:



Как же получить на компьютере последовательность псевдослучайных чисел с таким распределением? Как правило, в современных системах программирования есть встроенный генератор псевдослучайных чисел с равномерным распределением. Оказывается, с помощью математических методов из такой последовательности чисел можно (теоретически) получить последовательность чисел с любым желаемым распределением. Для этого существует несколько различных методов, наиболее популярный из них — метод обратной функции.

Выполним моделирование, немного изменив основную программу: теперь в основном цикле количество входящих клиентов за 1 минуту определяется с помощью функции Poisson, параметром которой служит среднее значение $P_{max}/2$:

For i:=1 to L do begin

P:=Poisson(PMax div 2);

…

End;

Распределение Пуассона (Паскаль)

function Poisson(Lam: integer): integer;

```
var s, r, alpha: real;
  k: integer;
begin
 r:= exp(-Lam); s:= r;
 k:= 0;
 alpha:= random;
 while s < alpha do begin
  k:= k + 1;
  r:= r * Lam / k;
  s:= s + r
 end;
 Poisson:= k
end;
```

Результат моделирования может показаться неожиданным, мы получили практически ту же самую кривую:

количество касс	**доля "плохих" минут**
5	0,99
6	0,98
7	0,92
8	0,1
9	0,01
10	0
11	0

Это означает, что допущение о равномерности распределения количества входящих в данной задаче может быть использовано, поскольку не искажает результат в сравнении с более точной моделью, использующей распределение Пуассона.

6. **Вывод.** В модели используются случайные числа, поэтому при каждом запуске программы результаты расчётов будут немного меняться. Интересно сравнить результаты, полученные с помощью моделей двух типов: детерминированной и вероятностной. Скорее всего, они окажутся

близкими, хотя и будут немного различаться. Тогда возникает вопрос: какая модель даёт более точный результат? Ответить на него можно только с помощью *эксперимента*, проведённого в *реальном банке*.

7. Итог урока. Выставление оценок учащимся.

Электронные образовательные ресурсы в каталоге ЭОР (http://fcior.edu.ru/):
- Построение информационных моделей ИС
http://fcior.edu.ru/card/23374/postroenie-informacionnyh-modeley-is.html
- Назначение и виды информационных моделей
http://fcior.edu.ru/card/23405/naznachenie-i-vidy-informacionnyhmodeley.html
- Назначение и виды информационных моделей
http://fcior.edu.ru/card/23402/naznachenie-i-vidy-informacionnyh-modeley.html
- Построение информационных моделей ИС
http://fcior.edu.ru/card/23406/postroenie-informacionnyhmodeley-is.html